Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прочности летательных аппаратов

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФЛА
д.т.н. Чинахов Д. А.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ПРОСТОЙ НЕКВАЛИФИЦИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
31.08.2026
Владелец: д.т.н. Чинахов Д. А.
Срок действия: не ограничен
Адрес хранения электронного документа:
https://www.nstu.ru/university/info/sveden/education

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Основы вариационного исчисления

Образовательная программа: 15.03.03 Прикладная механика, профиль: Динамика и прочность

Курс: 2, семестр : 4

Факультет летательных аппаратов,

		Семестр
№	**Вид деятельности**	**4**
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	4
2	Всего часов	144
3	Всего занятий в контактной форме, час.	58
4	Лекции, час.	18
5	Практические занятия, час.	34
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	0
8	из них практической подготовки, час.	2
9	Аттестация, час.	2
10	Консультации, час.	4
11	Самостоятельная работа, час.	86
12	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ(Р)/реферат, подготовка к контрольной работе)	Р
13	Вид аттестации	Э

Новосибирск 2026

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 15.03.03 Прикладная механика

ФГОС введен в действие приказом №729 от 09.08.2021 г. , дата утверждения: 03.09.2021 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, формируемая участниками образовательных отношений, по выбору студента

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 15.03.03 Прикладная механика

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ПЛА, 31.08.2026

Утверждена на совете факультета летательных аппаратов, протокол № 5 от 31.08.2026

Заведующий кафедрой:

доцент, д.т.н. Бурнышева Т. В.

Ответственный за образовательную программу:

профессор Матвеев К. А.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Группа	Компетенции
	Индикаторы достижения компетенций
Профессиональные компетенции	ПК-1.В/НИ Способен применять теоретические знаяния для решения практических задач
	ПК-1.В/НИ. 1 Знать основы конструирования и уметь строить цифровые модели с использованием универсальных программных систем
	ПК-1.В/НИ. 2 Знать основы разделов математики, механики и физики в объеме, необходимом для проведения расчетов на прочность
	ПК-1.В/НИ. 3 Уметь проводить расчеты на прочность аналитическими и численными методами, с использованием универсальных программных систем конечно-элементного анализа
Профессиональные компетенции	ПК-3.В/НИ Способность осуществлять проектную деятельность на всех этапах жизненного цикла проекта
	ПК-3.В/НИ. 1 Уметь определять проблему и способы ее решения в проекте

2. Требования НГТУ к планируемым результатам обучения, соотнесенным с индикаторами достижения компетенций

Таблица 2.1

Индикаторы достижения компетенций	Формы организации занятий
Результаты обучения	
ПК-1.В/НИ. 1 Знать основы конструирования и уметь строить цифровые модели с использованием универсальных программных систем	
об основах и методах вариационного исчисления; о вариационных принципах механики и физики	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
основные понятия и определения вариационного исчисления	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК-1.В/НИ. 2 Знать основы разделов математики, механики и физики в объеме, необходимом для проведения расчетов на прочность	
постановки, решения и исследования простейших задач вариационного исчисления	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК-1.В/НИ. 3 Уметь проводить расчеты на прочность аналитическими и численными методами, с использованием универсальных программных систем конечно-элементного анализа	
знать достижения отечественной и зарубежной науки в области прикладной механики	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК-3.В/НИ. 1 Уметь определять проблему и способы ее решения в проекте	
формулировать задачи вариационного исчисления; находить экстремали и исследовать их характер; использовать прямые методы вариационного исчисления	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Часы	Из них в форме практ. подг., час.	Активные формы, час.	Индикаторы достижения компетенций
Семестр: 4				
Дидактическая единица: Задачи, приводящие к вариационному исчислению; функционал.				

1. Характерные задачи, вводящие в вариационное исчисление.	1	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-3.В/НИ.1
2. Основные понятия и определения вариационного исчисления.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Простейшая задача вариационного исчисления на плоскости; необходимые условия экстремума; лемма Лагранжа; уравнение Эйлера; условия Лежандра и Якоби; упрощенное условие сильного экстремума; уравнение Эйлера-Пуассона.				
3. Простейшая задача вариационного исчисления. Основная теорема вариационного исчисления. Основная лемма. Необходимое и достаточное условия экстремума. Уравнение Эйлера. Частные случаи.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
4. Простейшая вариационная задача с подвижными концами. Условие трансверсальности. Естественные краевые условия.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Функционал от векторной функции; система уравнений Эйлера.				
5. Необходимое условие экстремума функционалов простейшего вида, зависящих от "n" функций.	1	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
6. Принцип Гамильтона.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Функционал от функции двух переменных. Уравнение Остроградского-Эйлера; принцип Гамильтона.				
7. Принцип Лагранжа. Постановка задачи о продольно-поперечном изгибе стержня на основе вариационного принципа Лагранжа.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
8. Функционалы на функциях, зависящих от двух независимых переменных. Инвариантность уравнений Эйлера.	1	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Задача об условном экстремуме; изопериметрическая задача.				
9. Изопериметрическая задача вариационного исчисления. Решение методом неопределенных множителей Лагранжа.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Функционалы с подвижными концевыми точками; условия трансверсальности.				

10. Естественные краевые условия	1	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1
Дидактическая единица: Прямые методы решения вариационных задач.				
11. Метод Ритца.	2	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1

Темы практических занятий	Часы	Из них в форме практ. подг., час.	Активные формы, час.	Индикаторы достижения компетенций	Учебная деятельность
Семестр: 4					
Дидактическая единица: Задачи, приводящие к вариационному исчислению; функционал.					
1. Задачи на условный экстремум. Решение методом неопределённых множителей Лагранжа. Выдача задания на РГР.	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1	-использует понятия математи-ческого анализа; формулирует и решает задачи на условный экстремум.
Дидактическая единица: Простейшая задача вариационного исчисления на плоскости; необходимые условия экстремума; лемма Лагранжа; уравнение Эйлера; условия Лежандра и Якоби; упрощенное условие сильного экстремума; уравнение Эйлера-Пуассона.					
2. Первая и вторая вариации функционалов. Необходимое и достаточное условия экстремальности.	2	2	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-использует понятие вариации; находит первую и вторую вариации; исследует характер экстремумов.
3. Решение изопериметрческих задач.	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-учится ставить и решать простейшие вариационные задачи на условный экстремум.
Дидактическая единица: Функционал от векторной функции; система уравнений Эйлера.					
4. Постановка задач о колебаниях на основе вариационного принципа Гамильтона.	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-учится применять принцип Гамильтона к выводу уравнений колебаний различных маятниковых систем.
Дидактическая единица: Функционал от функции двух переменных. Уравнение Остроградского-Эйлера; принцип Гамильтона.					
5. Постановка задач о продольно-поперечном изгибе стержней на основе вариационного принципа Лагранжа.. Метод Ритца решения задач изгиба стержней.	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	- учится находить приближенные решения задач изгиба стержней с использованием принципа Лагранжа и прямого метода Ритца.
6. Инвариантность уравнений Эйлера. Оператор Лапласа в полярной системе координат.	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	- учится использованиюсвойства инвариантности уравнений Эйлера.
Дидактическая единица: Задача об условном экстремуме; изопериметрическая задача.					

7. Обобщенные задачи на условный экстремум	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-учится формулировать и решать задачи на условный экстремум
Дидактическая единица: Функционалы с подвижными концевыми точками; условия трансверсальности.					
8. Прямые методы вариационного исчисления	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-учится применять прямые методы к решению простейших задач
Дидактическая единица: Прямые методы решения вариационных задач.					
9. Метод Ритца	4	0	0	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	-учится решать задачи матфизики методом Ритца

3.1 Практическая подготовка

Таблица 3.2

№	Темы занятий	Формы организации занятий	Содержание практической подготовки (виды работ)
1	Первая и вторая вариации функционалов. Необходимое и достаточное условия экстремальности.	Пр	Выполняет следующие виды работ: решение задач

3.2 Самостоятельная работа обучающегося

Таблица 3.3

№	Виды самостоятельной работы	Индикаторы достижения компетенций	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 4				
1	Контрольные работы	ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3	13	1
Подготовка к контрольной работе. Тема:основные определения и простейшие задачи ВИ: Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев]. - Новосибирск, 2017. - 31, [3] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354				
2	РГЗ/Реферат	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	50	2
РГЗ включает индивидуальные задачи из различных разделов курса. К экзамену допускаются студенты, защитившие РГЗ.: Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев]. - Новосибирск, 2017. - 31, [3] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354				
3	Подготовка к занятиям	ПК-1.В/НИ.1,ПК-3.В/НИ.1	20	0

Подготовка к лекционным и практическим занятиям планируется по нормам: леции - 0,5 часа, практика - 0,5 часа: Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев]. - Новосибирск, 2017. - 31, [3] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354				
4	Подготовка к аттестации	ПК-1.В/НИ.1,ПК-1.В/НИ.2,ПК-1.В/НИ.3,ПК-3.В/НИ.1	16	2
К экзамену допускаются студенты, выполнившие и защитившие индивидуальные задания по курсу (расчетно-графические работы). Ход текущего исполнения индивидуального задания, работа на практических занятиях и посещение лекций контролируется по итогам контрольных недель. Билет на зачете содержит один теоретический вопрос и одну (простейшую) задачу. Студент готовит ответы на билет в письменной форме в течение установленного времени. Далее зачет протекает в форме собеседования.: Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев]. - Новосибирск, 2017. - 31, [3] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354				

3.3 Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	e-mail; Среда электронного обучения НГТУ
Консультирование	e-mail
Контроль	e-mail
Размещение учебных материалов	Портал НГТУ; Среда электронного обучения НГТУ; ЭБС

4. Правила аттестации обучающихся по дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставлять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS. Краткая информация о БРС приведена в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 4		
Подготовка к занятиям:	0	
Лекция: присутствие и работа на лекции	3	6
Практические занятия: присутствие и работа на практике	10	20
Контрольные работы:	5	10
РГЗ/Реферат:	12	24
Экзамен:	20	40

В таблице 4.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 4.2

Коды компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Формы контроля	
		Защита РГЗ/Р	Экзамен
ПК-1.В/НИ	ПК-1.В/НИ 1. Знать основы конструирования и уметь строить цифровые модели с использованием универсальных программных систем		+
	ПК-1.В/НИ 2. Знать основы разделов математики, механики и физики в объеме, необходимом для проведения расчетов на прочность	+	+
	ПК-1.В/НИ 3. Уметь проводить расчеты на прочность аналитическими и численными методами, с использованием универсальных программных систем конечно-элементного анализа		+
ПК-3.В/НИ	ПК-3.В/НИ 1. Уметь определять проблему и способы ее решения в проекте		+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

5. Литература

Основная литература

1. Тракимус Ю. В. Основы вариационного исчисления : учебное пособие / Ю. В. Тракимус, Д. В. Вагин ; Новосиб. гос. техн. ун-т.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016.- 69, [3] с. : ил.- Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000228635

2. Богомолова, Е. В. Интегральные уравнения и вариационное исчисление : учебное пособие / Е. В. Богомолова. — Дубна : Государственный университет «Дубна», 2023. — 136 с. — ISBN 978-5-89847-689-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/369323 (дата обращения: 00.00.0000). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература

1. Лебедев, М. О. Введение в вариационное исчисление : учебное пособие / М. О. Лебедев. — Санкт-Петербург : БГТУ 'Военмех' им. Д.Ф. Устинова, 2022. — 78 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/382091 (дата обращения: 00.00.0000). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Интернет-ресурсы

1. Тракимус Ю. В. Основы вариационного исчисления : учебное пособие / Ю. В. Тракимус, Д. В. Вагин ; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – 69, [3] с.: ил. – URL: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000228635. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – Текст : электронный.

6. Методическое и программное обеспечение, информационные технологии

6.1 Методическое обеспечение

1. Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев].- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017.- 31, [3] с. : ил.- Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354

2. Специальные главы высшей математики : методические указания и варианты заданий для 2 курса факультета летательных аппаратов (специальность 05.03.03 - прикладная механика) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: К. А. Матвеев, Е. Н. Белоусова, А. А. Поздеев]. - Новосибирск, 2017. - 31, [3] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235354

6.2 Специализированное программное обеспечение

1 MathCAD - это интегрированная система программирования, ориентированная на проведение математических и инженерно-технических расчетов. PTC MathCAD

6.3 Информационные технологии

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине применяются элементы дистанционных образовательных технологий, а также синхронного и асинхронного взаимодействия в электронной информационно-образовательной среды НГТУ.

7. Материально-техническое обеспечение

Компьютерный класс

№	Наименование	Назначение
1	Компьютерный класс (Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet)	Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet